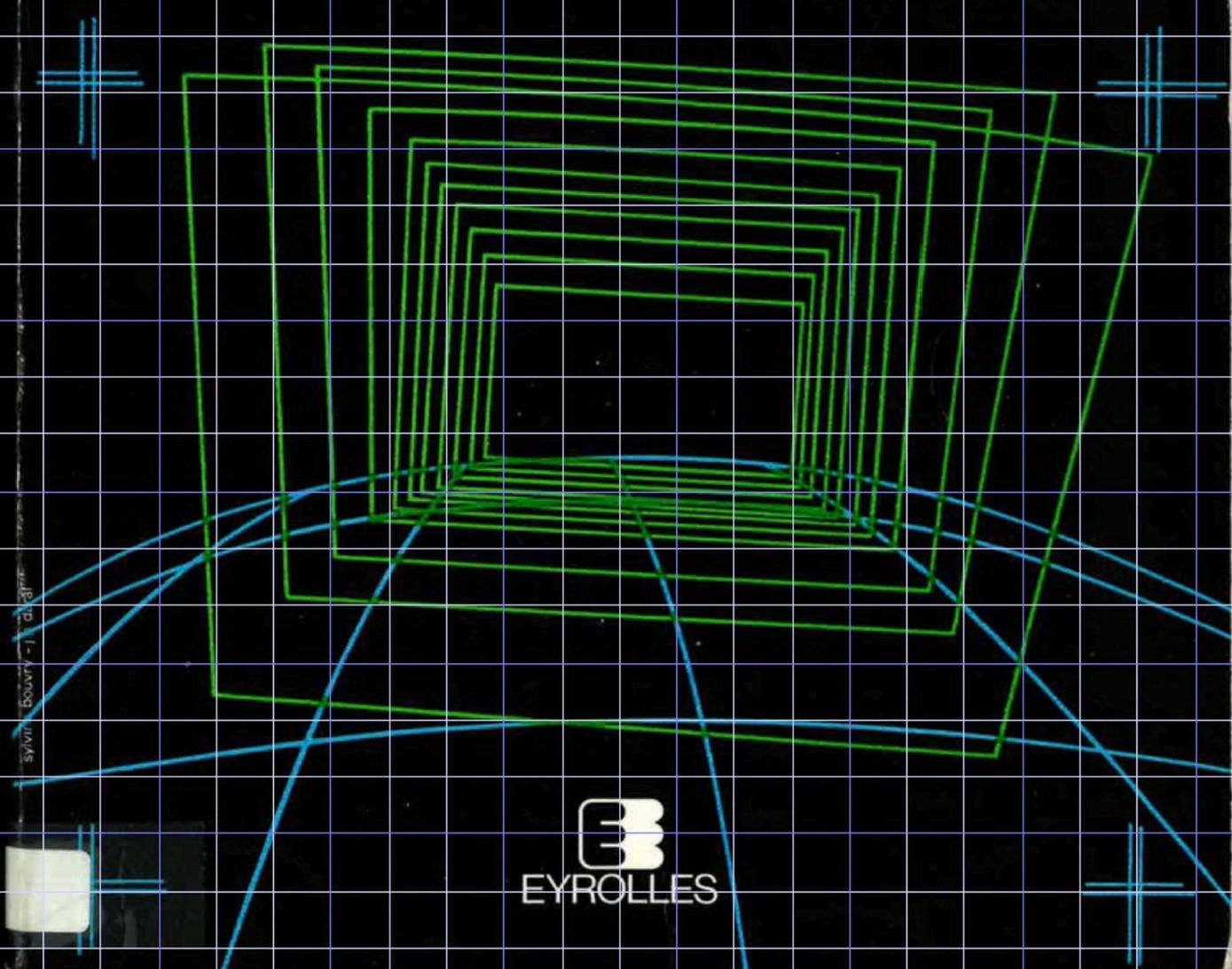


# MATHÉMATIQUES

## SUR MICRO-ORDINATEUR

### 1. ANALYSE

Alain REVERCHON  
Marc DUCAMP



Sylvie Bouvier - Eyrolles

  
EYROLLES

Bien qu'ils soient le plus souvent utilisés à des fins ludiques, les micro-ordinateurs n'en sont pas moins capables d'effectuer avec précision et rapidité toutes sortes de calculs numériques.

S'adressant à tous ceux qui désirent utiliser leur micro-ordinateur dans un but scientifique, cet ouvrage permet aussi bien l'initiation aux méthodes numériques que la réalisation de programmes spécialisés utilisant les programmes présentés comme des outils.

La théorie reste qualitative autant que possible, de manière à privilégier la compréhension intuitive, les exemples commentés jouant un rôle essentiel. Chaque chapitre traite d'un sujet particulier, et tous les programmes qu'il comporte peuvent être utilisés simultanément. De plus, tous les chapitres sont indépendants et peuvent être abordés dans un ordre quelconque. Deux programmes graphiques permettent en outre de bénéficier de l'affichage haute résolution de l'ordinateur pour représenter des courbes ou des surfaces.

Les programmes sont écrits en BASIC standard, ce qui en permet l'introduction sans modifications sur la majorité des ordinateurs.

# Avant-propos

*La recherche scientifique, utilisant de plus en plus le calcul numérique, a été à l'origine du développement des ordinateurs; elle est aujourd'hui la meilleure cliente des constructeurs de super-ordinateurs.*

*Les micro-ordinateurs semblent avoir oublié la noble vocation de leurs parents, et leur utilisation est aujourd'hui principalement ludique. Cependant, ils sont la plupart du temps capables d'effectuer avec précision et rapidité toutes sortes de calculs numériques.*

*Dans le but d'exploiter ces capacités oubliées, cet ouvrage s'adresse à tous ceux qui désirent utiliser leur micro-ordinateur dans un but scientifique, et poursuit un triple objectif:*

- *familiariser aux mathématiques les non-spécialistes de façon originale, grâce à des programmes complets, d'une utilisation aisée, permettant une compréhension par l'exemple des résultats théoriques;*
- *permettre aux étudiants d'appliquer sur l'ordinateur les théories qui leur sont exposées en cours;*
- *fournir des outils en vue de la réalisation de programmes spécialisés (en mécanique, en électronique ou en astronomie, par exemple).*

Obj.

*Nous avons donc adopté la démarche suivante: la théorie reste qualitative autant que possible, de manière à privilégier la compréhension intuitive plutôt que les démonstrations fastidieuses, ce qui explique la place importante consacrée aux exemples d'application, et la présence de deux programmes utilisant les possibilités graphiques de l'ordinateur.*

*Tous les chapitres sont indépendants, et peuvent donc être abordés dans un ordre quelconque. Chaque chapitre traite d'un sujet particulier, et les programmes qu'il comporte ont été étudiés pour fonctionner simultanément; il est donc possible de comparer simplement et rapidement différentes méthodes. Pour chaque sujet, les résultats théoriques indispensables et la méthode de résolution sont tout d'abord exposés. Viennent ensuite le programme et son utilisation. Enfin, de nombreux exemples commentés illustrent les avantages et les limitations des méthodes étudiées.*

*Les programmes sont écrits en BASIC standard, ce qui permet dans la plupart des cas une introduction sans modifications; seuls les programmes graphiques nécessitent une légère adaptation: les trois fonctions concernées ne portent pas toujours le même nom d'un BASIC à l'autre.*

*Nous espérons que cet ouvrage atteindra ses objectifs, et vous souhaitons de nombreuses heures passionnantes avec votre ordinateur.*

# Table des matières

<b>Avant-propos</b>	V
<b>1. Suites-Séries</b>	1
1. Introduction	1
2. Suite récurrente	2
3. Suite récurrente double	5
4. Série	7
<b>2. Equations</b>	12
1. Introduction	12
2. Equations du second degré	13
3. Equations du troisième degré	15
4. Equations du quatrième degré	21
5. Méthode de Bairstow	27
6. Méthode des dichotomies	37
7. Méthode des itérations	41
8. Méthode de Newton	46
9. Résolution des systèmes de deux équations à deux inconnues	49

<b>3. Recherche d'extrémums</b>	<b>56</b>
1. Introduction	56
2. Méthode de Newton	57
3. Diminution et augmentation systématiques de la fonction (fonction d'une variable)	62
4. Méthode de relaxation	68
5. Méthode du gradient	73
6. Diminution et augmentation systématiques de la fonction (fonction de deux variables)	77
7. Conclusion sur les méthodes d'optimisation	83
<b>4. Représentations graphiques</b>	<b>84</b>
1. Introduction	84
2. Courbes d'équation $y = f(x)$	85
3. Courbes d'équations paramétrées	91
4. Courbes d'équation polaire	98
5. Représentation de surfaces	103
6. Simulation du spirographe	113
<b>5. Dérivées. Développements limités</b>	<b>119</b>
1. Introduction	119
2. Dérivées successives d'une fonction	120
3. Développement limité d'une fonction en un point	128
4. Développement limité de $f/g$	131
5. Développement limité de $f/g$	138
6. Développement limité de $g \circ f$	144
7. Conclusion	149
<b>6. Intégration</b>	<b>150</b>
1. Introduction	150
2. Méthode des trapèzes	151
3. Méthode de Simpson	156
4. Méthode de Villarceau	159
5. Méthode de Gauss	162
6. Méthode de Romberg	166
7. Méthode discrète des trapèzes	171
8. Méthode discrète de Simpson	175
9. Conclusion	179
<b>7. Série de Fourier</b>	<b>180</b>
1. Introduction	180
2. Calcul des coefficients	181
3. Représentation du spectre	185
4. Synthèse du signal	188
5. Exemples commentés	190

<b>8. Équations différentielles</b>	<b>208</b>
-------------------------------------	------------

- |  |     |
|--|-----|
| 1. Introduction  | 208 |
| 2. Rappels théoriques  | 209 |
| 3. Méthode de Runge-Kutta appliquée aux équations du premier ordre | 211 |
| 4. Méthode prédicteur-correcteur                                   | 218 |
| 5. Système d'équations couplées                                    | 223 |
| 6. Équation différentielle d'ordre quelconque                      | 234 |
| 7. Conclusion  | 242 |

<b>Annexes</b>	
----------------	--

- |  |     |
|--|-----|
| 1. Équations de courbes classiques               | 243 |
| 2. Dérivées des fonctions usuelles               | 246 |
| 3. Développements limités des fonctions usuelles | 248 |
| 4. Primitives des fonctions usuelles             | 249 |